Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан химического факультета,
Чл.-корр. РАН, профессор

/С.Н. Калмыков/

«31» августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Уравнения математической физики

Уровень высшего образования:
Специалитет

Направление подготовки (специальность):

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Направленность (профиль) ОПОП:

Аналитическая химия, Биоорганическая химия, Высокомолекулярные соединения, Коллоидная химия, Лазерная химия, Медицинская химия и тонкий органический синтез, Нанобиоматериалы и нанобиотехнологии, Неорганическая химия, Нефтехимия, Органическая химия, Радиохимия, Физическая химия, Фундаментальная и прикладная энзимология, Химия ионных и молекулярных систем, Химическая кинетика, Химия высоких энергий, Химия и технология веществ и материалов, Химиятвердого тела, Электрохимия

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методической комиссией факультета
(протокол №7 от 07.07.2021)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности 04.05.01 «Фундаментальная и прикладная химия» (программа специалитета), утвержденного приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1770 (с изменениями по приказу № 1109 от 11.09.2019).

Год (годы) приема на обучение 2019/2020, 2020/2021, 2021/2022

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, блок ПД.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников). Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП (в форме компетенция – ЗУВ) указано в Общей характеристике ОПОП.

Компетенция	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-4.С. Способен создавать математические модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты	**ОПК-4.С.1** Предлагает математические и (или) физические модели химических процессов	**Знать:** типы линейных уравнений II порядка **Уметь:** поставить корректные и краевые задачи **Владеть:** методами характеристик и разделения переменных решения задач
ОПК-6.С. Способен использовать в профессиональной деятельности теоретические знания и практические навыки решения математических и физических задач.	**ОПК-6.С.2**. Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Иметь опыт** решения типовых математических задач, в том числе, имитирующих реальные проблемы, с которыми приходится сталкиваться в практике химических исследований

3. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 58 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (18 часов занятия лекционного типа, 36 часов занятия семинарского типа, 2 часа – групповые консультации, 2 часа – промежуточный контроль успеваемости), 14 часов составляет самостоятельная работа студента.

4. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.
Обучающийся должен освоить курсы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации	**Всего (часы)**	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	**Самостоятельная работа обучающегося, часы** из них

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консульта-ции	Индивидуальные кон-сультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	**Всего**	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератови т.п..	**Всего**
Классификация уравнений	12	4	6				10			2
Корректные задачи	22	6	12				18			4
Метод Фурье	30	8	18				26			4
Промежуточная аттестация *зачет*	8			2		2	4			4
Итого	**72**	**18**	**36**	**2**		**2**	**58**			**14**

6. Образовательные технологии:

-преподавание дисциплин в форме авторских курсов по программам, составленным на основе результатов исследований научных школ МГУ.

7. **Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине** (модулю):

Вопросы для самостоятельного изучения

Решение простейших уравнений. Нахождение общего решения. Замена независимых переменных
Решение задач на определение типа уравнения, характеристик приведение к каноническому виду
Решение задач Коши методом характеристик
Решение задач Коши и Гаусса Раз-
ложение функций в ряды Фурье
Решение краевых задач для уравнения диффузии и волнового

Решение краевых задач для уравнения Лапласа
Задача о стационарной диффузии Интеграль-
ное представление функции

Литература для углубленного изучения предмета:

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М.: «Наука», 2004.
2. Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики. –М.: «Физматлит»,2012.

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

Основная литература

1. А.И. Козко, Е.С. Соболева, А.В. Субботин, Т.М. Фатеева, В.Г. Чирский, С.В. Кравцев, Н.Б. Малышева. Математические методы решения химических задач (часть II), М.: «Академия» 2013.
2. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения. Издательство Лань. 2021.

Дополнительная литература

3. Б.П. Демидович, В.П. Моденов. Дифференциальные уравнения – С.-Пб: «Иван Федоров», 2003.

9. Язык преподавания – русский

10. Преподаватели:
К.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа механико-математического факультета МГУ Фатеева Галина Михайловна

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Образцы оценочных средств для текущего контроля усвоения материала и промежуточной аттестации - зачета. На зачете проверяется достижение промежуточных индикаторов компетенций, перечисленных в п.2.

Примеры домашних заданий

Найти общее решение уравнения:

1. $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 5\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$

Ответ: $U(x,y) = f(y-2x) + g(y-3x)$.

Решить задачи Коши:

2. $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$, $(U)_{y=x} = 2sinx$, $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x} = 2cosx$

Ответ: $U = \frac{5\sin(x+y)}{2} - \frac{3\sin(5x+y)}{6}$.

3. , $(U)_{t=0} = 0$, $\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = 4xe^{-x^2}$

Ответ: $U = e^{-(x-t)^2} - e^{-(x+t)^2} = 2e^{-(x^2+t^2)}ch2xt.$

Разложить в ряд Фурье функции:

4. $f(x) = 4sin^3 x$

Ответ: $f = 3sinx - sin3x.$

5. $f(x) = \frac{\cos x}{2}$, $|x| < \pi$

Ответ: $f = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}$.

Представить интегралом Фурье функцию:

6. $f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & \text{если } |x| \le 1 \\ 0, & \text{если } |x| > 0 \end{cases}$

Ответ: $f(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty} \frac{1-cos\gamma}{\gamma^2} cos\gamma x d\gamma$.

Решить краевые задачи:

7. $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $U(0,x) = 0, \frac{\partial U(0,x)}{\partial t} = sin7x, U(t,0) = 0, U(t,\pi) = 0, 0 < x < \pi, t > 0$

Ответ: $U = \frac{1}{7a} sin7xsinat$.

8. $\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $U(0,x) = \frac{\sin 7x}{2}, U(t,0) = 0, \frac{\partial U(t,\pi)}{\partial x} = 0, 0 < x < \pi, t > 0$

Ответ: $U(t,x) = \frac{e^{-49t}\sin 7x}{2}$.

Найти гармоническую в D функцию, удовлетворяющую на окружности Γ: $x^2+y^2=R_0^2$ условию , если:

9. D: $x^2+y^2\le R_0^2$

Ответ: $U=3R_0^2 r\sin\varphi-r^3\sin3\varphi=3R_0^2y+y^3-3x^2y$.

10. D: $x^2+y^2\ge R_0^2$

Ответ: $U=\left(\frac{R_0}{r}\right)^3\left(3R_0r^2\sin\varphi-R_0^3\sin3\varphi\right)=R_0^4\left[\frac{3y}{x^2+y^2}+R_0^2\frac{y^3-3x^2y}{(x^2+y^2)^3}\right]$.

Примерный перечень задач к зачету

Привести к каноническому виду уравнения:

1. $y^2\frac{\partial^2U}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2U}{\partial y^2}=0$
2. $x^2\frac{\partial^2U}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2U}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2U}{\partial y^2}=0\ (x>0)$
3. Решить задачу Коши:
4. $\frac{\partial^2U}{\partial x^2}-6\frac{\partial^2U}{\partial x\partial y}+5\frac{\partial^2U}{\partial y^2}=0$, , $(U)_{y=x}=2\sin x,\ \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x}=2\cos x$
5. Построить профиль струны, то есть график $U(2,x)$, если:

$\frac{\partial^2U}{\partial t^2}=\frac{\partial^2U}{\partial x^2}$, $(U)_{t=0}=\begin{cases}\frac{2\sin\pi}{6}x, \text{ если } 0<x<6\\ 0, \text{ если } x\le0 \text{ или } x\ge6,\end{cases}$ $\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0}=0$

Решить краевые задачи:

6. $\frac{\partial^2U}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2U}{\partial x^2}$, $(U)_{t=0}=0$, $\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0}=\sin7x$, $(U)_{x=0}=(U)_{x=\pi}=0, 0<x<\pi$

$$0<x<\pi, t>0, (U)_{x=0}=0, \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{x=\pi}=0, (U)_{t=0}=\frac{\sin7x}{2}$$

7. $\frac{\partial^2U}{\partial t}=4\frac{\partial^2U}{\partial x^2}$,
8. $\frac{\partial^2U}{\partial t}=4\frac{\partial^2U}{\partial x^2}$, $(U)_{t=0}=x(\pi-x)$, $(U)_{x=0}=(U)_{x=\pi}=0, 0<x<\pi\ t>0$
9. Найти гармоническую функцию вне круга $r_0=2$, если $(U)_{r=r_0}=8\sin^4\frac{\varphi}{2}$.

Полный перечень вопросов к зачету

1. Линейные уравнения второго порядка. Их характеристики. Классификация уравнений, канонические уравнения.
2. Корректные постановки задач для гиперболических, параболических, эллиптических уравнений.
3. Формула Даламбера. Корректность задачи Коши для волнового уравнения.
4. Вывод уравнения диффузии. Решение I краевой задачи методом Фурье.
5. Принцип максимума для уравнения диффузии. Его следствия.
6. Закон сохранения энергии для волнового уравнения. Его следствия.
7. Решение I краевой задачи для волнового уравнения.
8. Уравнение Лапласа. Принцип максимуму для гармонических функций. Его следствия
9. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона. Теоремы о среднем для гармонических функций.
10. Ортогональные системы функций и ряды Фурье.
11. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Понятие полноты и замкнутости ортогональных систем.
12. Формулировка теоремы о сходимости тригонометрических рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье.
13. Задача Штурмана-Лиувилля о собственных значениях. Свойства обственных значений и собственных функций (простота спектра, его неотрицательность, счетность (без доказательства), формулировка теоремы Стеклова).
14. Уравнение Бесселя. Функции $I_0(x)$ и $I_1(x)$ и их свойства.
15. Стационарная диффузия в полубесконечной трубке.
16. Интегральная формула Фурье. Преобразования Фурье и его свойства (линейность, преобразование Фурье производной).
17. Решение задачи Коши для уравнения диффузии методом преобразования Фурье.

Расчетные задачи или тесты

1. Определить тип уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 5\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$, его характеристики привести к каноническому виду и найти общее решение.
2. Решить задачу Коши $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$, $U(0,x) = 0$, $\frac{\partial U(0,\ x)}{\partial t} = 4xe^{-x^2}$
3. Поставить I краевую задачу с неоднородными краевыми условиями в прямоугольнике $0 \le t \le T_0$, $0 \le x \le l$

А) для уравнения $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Б) для уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Решить краевые задачи:

4. $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$,

$(U)_{t=0} = 0$, $\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = sinx$, $U(t,0) = U(t,\pi) = 0, 0 \le x \le \pi$

$0 < x < \pi, t > 0, (U)_{x=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{x=\pi} = 0, (U)_{t=0} = \frac{\sin x}{2}$

5. $\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$,
6. Найти гармоническую функцию в круге радиусом $r_0 = 1$ и центром в начале координат такую, что $(U)_{r_0=1} = 2x^2$.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Шкала оценивания знаний, умений и навыков является единой для всех дисциплин (приведена в таблице ниже)

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)				
Оценка / Результат	2	3	4	5
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения)	Отсутствие навыков	Наличие отдельных навыков	В целом, сформированные навыки, но не в активной форме	Сформированные навыки, применяемые при решении задач

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	**ФОРМА ОЦЕНИВАНИЯ**
Знать типы линейных уравнений II порядка	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете
Уметь поставить корректные и краевые задачи	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете
Владеть методами характеристик и разделения переменных решения задач Иметь опыт решения типовых математических задач, в том числе, имитирующих реальные проблемы, с которыми приходится сталкиваться в практике химических исследований	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете